

CREATIVITY IN PROBLEM SOLVING HOW TO GET THERE

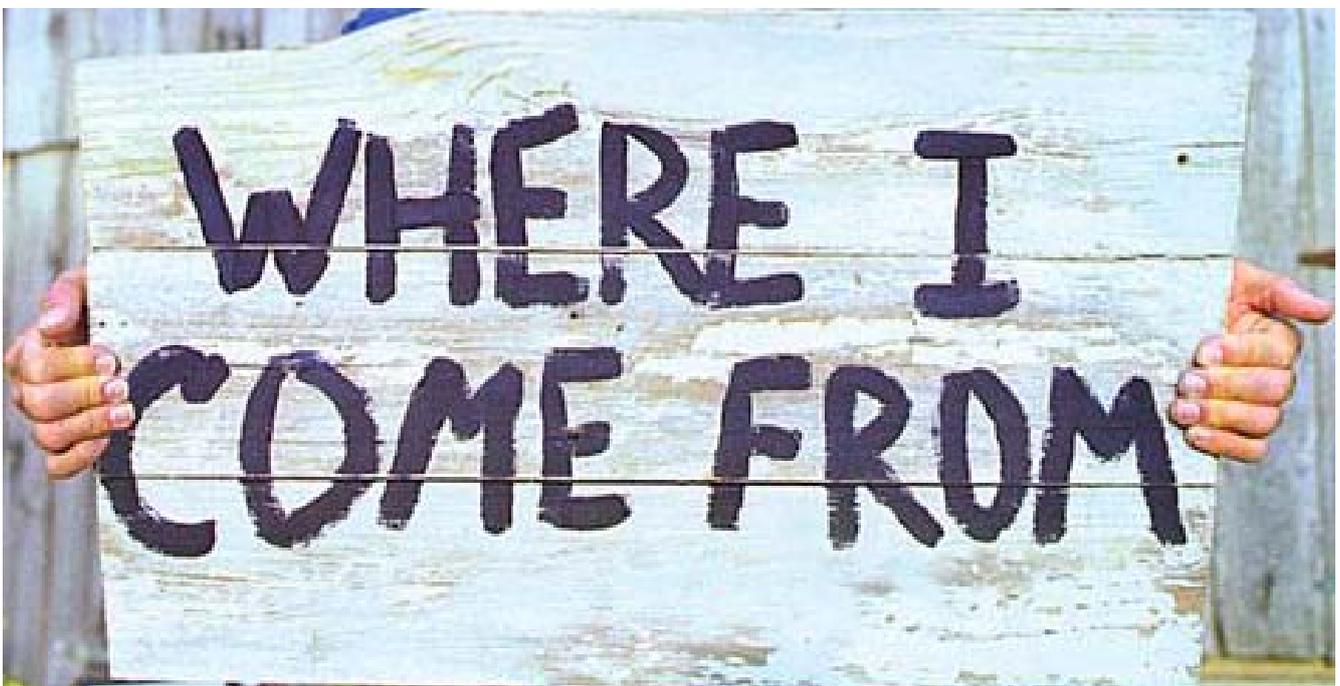
Liberato Cardellini

Università Politecnica delle Marche
Ancona, Italy

l.cardellini@univpm.it

Madrid 2014

De dónde vengo





Università Politecnica delle Marche

Fundada en 1969

La Universidad se compone de 5 facultades :

- **Agricultura**
- **Economía**
- **Ingeniería**
- **Medicina**
- **Ciencia**

Università Politecnica delle Marche

Aproximadamente 17.000 estudiantes

Personal: 1100

600 profesores universitarios

Università Politecnica delle Marche Facoltà di Ingegneria







Los problemas educativos

Los estudiantes llegan a la universidad con grandes expectativas, pero con formación académica insuficiente

Las mayores dificultades que los estudiantes encuentran en la Facultad de Ingeniería son en química, física y matemáticas

Ofrecemos a estudiantes de primer año la ayuda de los estudiantes en el nivel de doctorado como “mentores”



Visión de conjunto

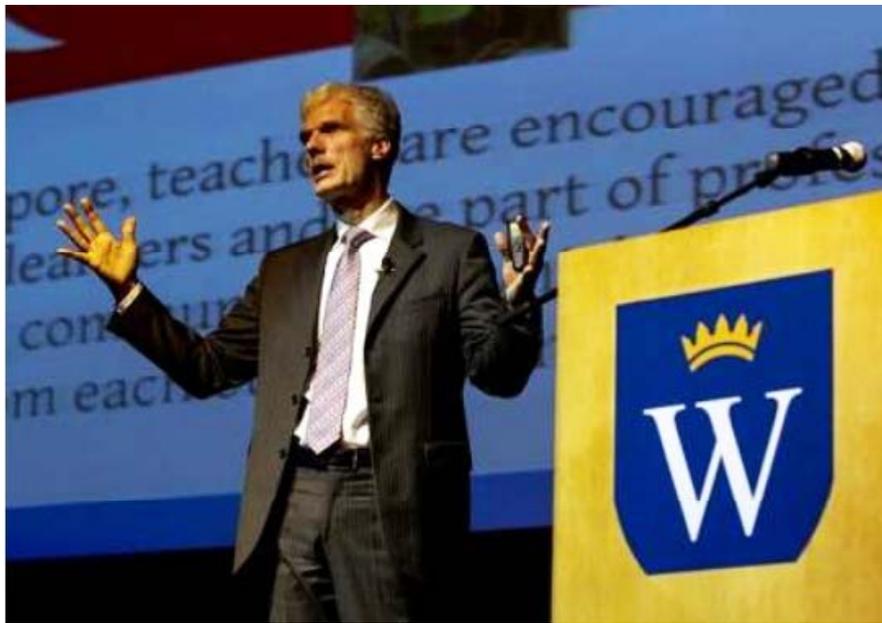
- Sugerencias del pasado
- Un entorno exigente
- Un estudio realizado en la solución de problemas
- Reglas del juego
- Conclusiones





Andrea Schleicher, uno de los arquitectos del examen PISA de la OCDE, dice que la investigación muestra que hay una gran demanda de ...

Christopher Pike / The National: January 6, 2014



**“... solucionadores de problemas,
comunicadores efectivos y
pensadores creativos”**

¿Qué podemos hacer?



**Los profesores pueden
favorecer esta diferencia**

Qué ocurre en la clase?



Al principio hay alegría

Al final ... aburrimiento



Sugerencias del pasado

Telefono non elencato



Experimentos radicales en la enseñanza y el aprendizaje

The Benezet Mathematics Teaching Experiment of the 1930's



**Louis P. Benezet, superintendent of the
Manchester, New Hampshire School
District**

El Experimento de Benezet en Enseñanza de la Matemática de la década de 1930

Pensó que la enseñanza de matemáticas estándar era **'aburrida y casi anestesiante'** para la capacidad de razonamiento de los niños

Así que se abolió la aritmética **formal** de la enseñanza hasta el grado 6 (~ 11 años)

Louis Paul Benezet's problems

"There are 3 feet in a yard. One yard is in the mud. One yard equals 36 inches. If $\frac{2}{3}$ of the rest is in the water and one foot in the air [one foot equals twelve inches] the part in the water is twice the part in the air so that it must be 2 feet or 24 inches. If there are 3 feet above the mud and 3 feet in the mud it means that the pole is 6 feet or 72 inches long. Seventy-two inches equals 2 yards."

<http://www.inference.phy.cam.ac.uk/sanjoy/benezet/1.html>

Two boys start out together to race from Manchester to West Concord, a distance of 20 miles. One makes 4 miles an hour and the other 5 miles an hour. How long will it be before both have reached West Concord?

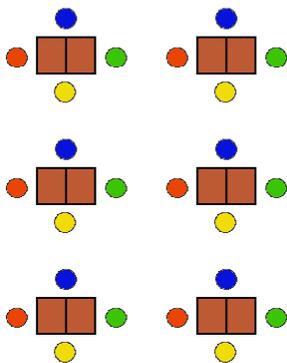
Nuestro principal objetivo educativo:

Promover el pensamiento profundo

“El pensamiento creativo y la resolución de problemas son actividades epistemológicas de alto orden, que juegan también un papel fundamental en nuestro sistema educativo”

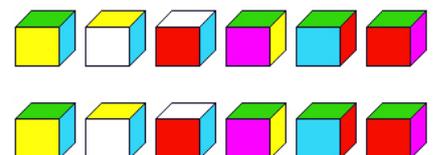
Un entorno exigente

Mapas conceptuales



Aprendizaje cooperativo

Resolución de Problemas



CARAMELOS PARA CARLOS

Carlos en su cumpleaños recibió de regalo una caja con 35 caramelos

Carlos es un niño muy glotón y cada día come dos veces los caramelos del día anterior. En tres días se ha comido todos

¿Cuántos caramelos comió Carlos cada día?



Explica cómo lo hallaste

Quinto grado del niño

2^o IPOTESI

1 ^o giorno	2 ^o giorno	3 ^o giorno
1 ^a parte	2 ^a parte	3 ^a parte

in 3 giorni = 7 parti (cioè 28 caramelle)

1^o giorno = $28 : 7 = 4$
2^o giorno = $4 \times 2 = 8$
3^o giorno = $4 \times 4 = 16$



Problema

En un ramo de flores son rosas todas menos tres, todas menos cuatro son tulipanes y margaritas son todos menos cinco

¿Cuántas flores de cada hay en el ramo?



Reducción de la complejidad

Rosas = 1; Tulipanes = 1; Margar = 1

$$R + T = 2; T + M = 2; M + R = 2$$



En un ramo de flores de todas excepto dos son rosas, todas menos dos son tulipanes y todas son margaritas excepto dos?

$$R + T = 2$$

$$- T - M = - 2 \quad \text{Esto implica: } 2 R = 2; R = 1$$

$$M + R = 2$$

La resolución de problemas con éxito

La resolución de problemas con éxito requiere la búsqueda de la solución correcta adecuada para el problema

Fallamos más a menudo porque resolvemos el problema equivocado que porque tenemos la solución equivocada al problema correcto

Ackoff, Russell L.: 1974, *Redesigning the Future: A Systems Approach to Societal Problems* (John Wiley & Sons, New York) , p. 8

¿Por qué nos equivocamos?

Mayer resume los errores y distorsiones en resolución de problemas en 5 causas generales

Mayer, R.E. Human nonadversary problem solving. in K. J. Gilhooly, (Ed.); *Human and Machine Problem Solving*, Plenum Press: New York, 1989, p. 39-56.

¿Por qué nos equivocamos?

- 1** Sistemáticamente distorsionamos el problema para que sea coherente con el conocimiento previo
- 2** Nos centramos en aspectos inadecuados del problema
- 3** Cambiamos la representación del problema durante la resolución de problemas
- 4** Aplicamos procedimientos de manera rígida e inapropiada

¿Por qué nos equivocamos?

- 5** Dejamos que nuestras creencias guíen el acercamiento a la resolución de problemas

Nos centramos en aspectos inadecuados del problema

Una persona compró un caballo por 60 dólares y lo vendió por 70. Luego lo volvió a comprar de nuevo por 80 y lo vendió por 90.

¿Cuánto ganó en el negocio de los caballos?



Nos centramos en aspectos inadecuados del problema

Una persona compró un caballo blanco por 60 dólares y lo vendió por 70.



Luego compró un caballo negro por 80 dólares y lo vendió por 90.

¿Cuánto ganó en el negocio de los caballos?

Un estudio realizado en la solución de problemas

En 1996 se pidió a los alumnos matriculados en el primer año de un curso de química en la Facultad de Ingeniería que resolvieran este problema, detallando todos los pasos:

Considere el oxígeno contenido en 10,00 g de Fe_2O_3 . ¿Cuántas moléculas de oxígeno equivalen a esa cantidad? (masa molar de Fe_2O_3 es 159,7 g)

Resultados

[A] $1,414 \times 10^{22}$

[B] $2,262 \times 10^{22}$

[C] $3,771 \times 10^{22}$

[D] $5,656 \times 10^{22}$

[E] NdIA. (NdIA significa: nada de lo anterior)

N	[A]	[B]	[C]	[D]*	[E]
87	2,3%	3,4%	33,3%	17,2%	43,7%

Errores

La mayoría de los estudiantes tiene la solución equivocada porque usaron relaciones inconsistentes

El razonamiento típico erróneo es:

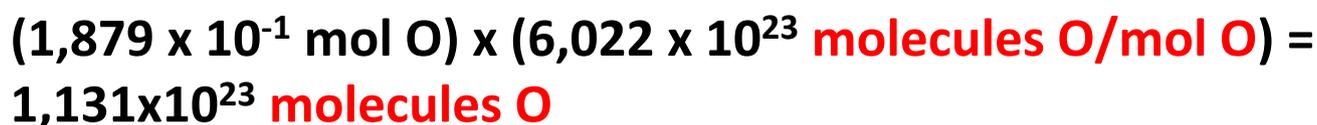
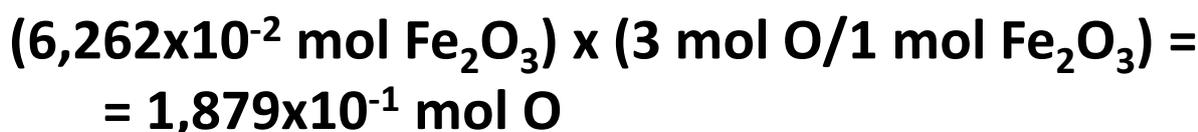


El uso de esta relación incorrecta conduce a la respuesta [C]

Un tercio de los estudiantes cometieron este error

Errores

Algunas de las respuestas [E] han utilizado el procedimiento:



Comentarios

En el momento se sugirió que algunos estudiantes no saben la diferencia entre átomo y molécula

Para nosotros, como expertos, es difícil de entender las dificultades de nuestros estudiantes, también porque nos hemos olvidado de nuestras dificultades, cuando por primera vez resolvimos los mismos problemas

“Where the expert has developed interpretive frameworks that can ‘see through’ the symbols, the novice may focus on incidental aspects of the formalism used.” (Keith Taber, 2009)

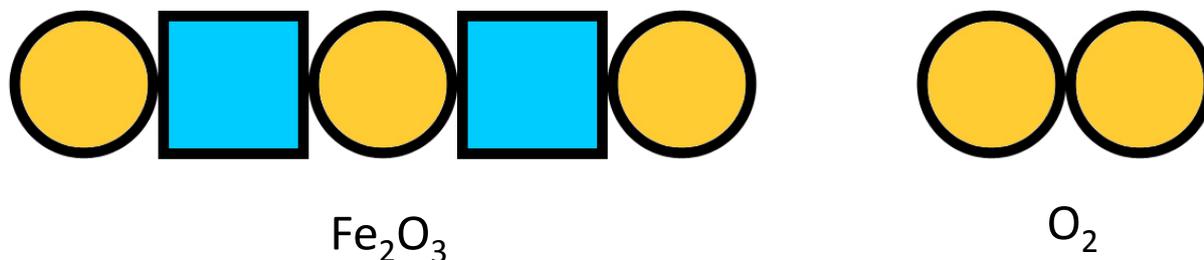
Una manera de hacerlo

Debido a que la representación del problema es un paso importante en su solución, se sugirió el uso de la representación, asociada con el uso de la relación estequiométrica adecuada

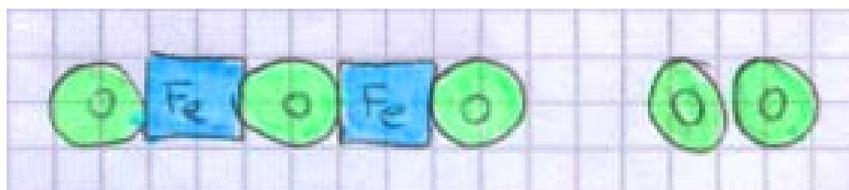
“A *problem representation* is a cognitive structure corresponding to a problem, constructed by a solver on the basis of his domain-related knowledge and its organization” (Chi, Feltovich, Glaser, 1981)

Representación del problema

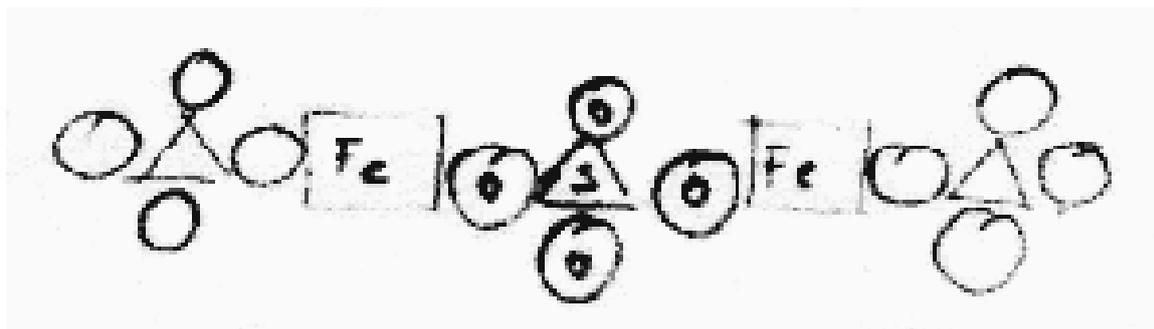
Los estudiantes están capacitados para representar el problema de esta manera:



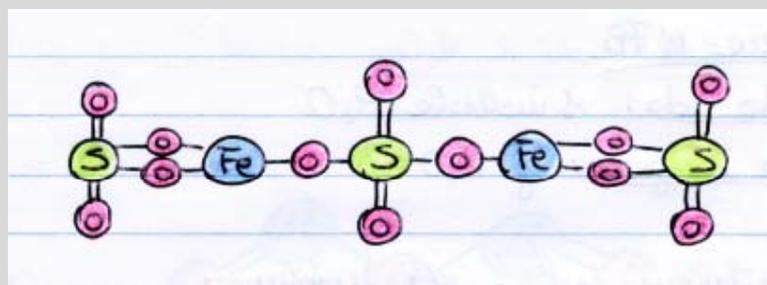
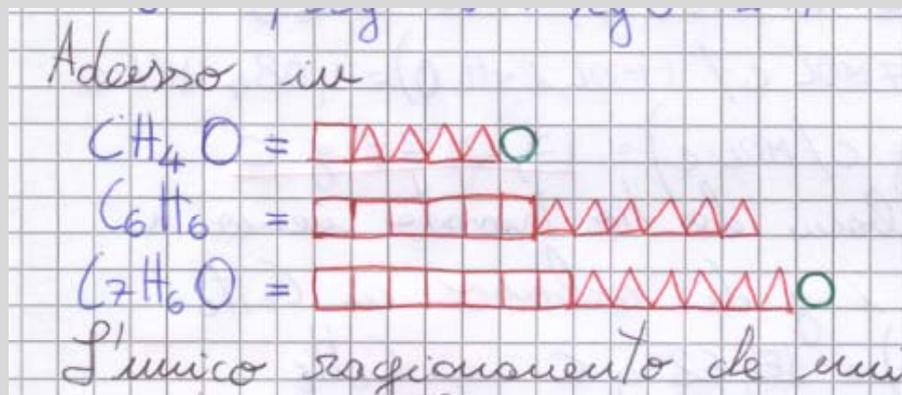
¿Cuánto es de útil esta estrategia?



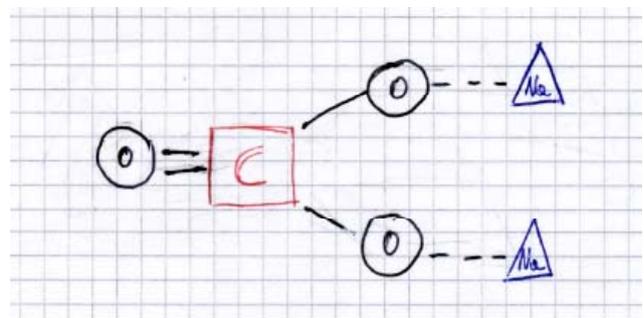
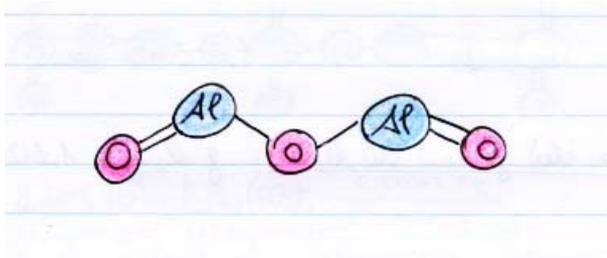
El número de estudiantes que resuelvan éste y problemas más complejos en la forma correcta era cercana al 100%



Los estudiantes con éxito suelen utilizar representaciones útiles



Los estudiantes con éxito suelen utilizar representaciones útiles

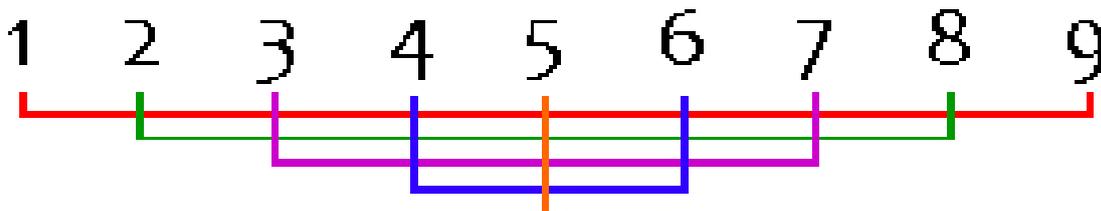


Análisis del problema

Coloque los números 1, 2, ...9, en las 9 celdas, de manera que la suma de los tres números alineados sea la misma en todas las direcciones (horizontal, vertical y diagonal)

Cuadrado mágico

La solución



8	1	6
3	5	7
4	9	2

El experto

Aprender a dominar la resolución de problemas es difícil

Para convertirse en maestro en el juego de ajedrez se requiere por lo menos 10.000 horas de práctica con conciencia



Alcanzar la competencia en los cálculos estequiométricos requiere mucha práctica

Aprendizaje

El aprendizaje se define como una alteración en la memoria a largo plazo

Si nada ha cambiado en la memoria a largo plazo, no se ha aprendido nada

Aprendizaje

En química, al igual que en otras situaciones, adquirir el conocimiento de las normas pertinentes no es suficiente

“We can learn the rules of chess in about 30 min and using those rules, we can theoretically generate every game that has ever been played and that ever will be played. Learning those rules is essential to chess skill but in another sense, it is trivial. Real chess skill comes from acquiring automated schemas.” (Sweller, Ayres, & Kalyuga, 2011)



Un estudio realizado en la solución de problemas

En 2013 el estudio se ha repetido, utilizando el mismo problema, junto a la prueba de Friedel-Maloney

Friedel, A. W., & Maloney, D. P. (1995). Those Baffling Subscripts. *Journal of Chemical Education*, 72 (10), 899-905

El cuestionario se propuso dos veces: el primero y el último día del curso

Resultados

- 1 Considere el oxígeno contenido en 10,00 g de Fe_2O_3 . ¿Cuántas moléculas de oxígeno equivalen a esa cantidad?

N	a	b	c	d*	e
55	0	2	41	3 (5,45%)	9
47	0	0	8	33 (70,2%)	6

Resultados

- 2** ¿Cuántos átomos de oxígeno están presentes en un recipiente con 288 g de O_3 ? (masa molar de O_3 es 48,0 g) a) $3,61 \times 10^{24}$; b) 18,0; c) $1,08 \times 10^{25}$; d) $1,20 \times 10^{24}$

N	a	b	c*	d
55	46	1	8 (14,5%)	0
47	11	0	36 (76,6%)	0

Resultados

- 3** Hay $1,58 \times 10^5$ átomos en una muestra de P_4 . ¿Cuál es la masa de la muestra? (masa molar de P_4 es 124 g) a) $9,3 \times 10^{-18}$; b) $3,7 \times 10^{-17}$; c) $5,6 \times 10^6$; d) $1,5 \times 10^{-16}$

N	a*	b	c	d
55	3 (5,45%)	50	2	0
47	9 (19,1%)	37	1	0

Resultados

- 4 ¿Cuántos átomos de azufre hay en una muestra de 963 g de S_6 ? (peso atómico grammo de S es 32,1 g). a) $3,01 \times 10^{24}$; b) 30,0; c) $5,02 \times 10^{23}$; d) $1,81 \times 10^{25}$

N	a	b	c	d*
55	16	1	0	38 (69,1%)
47	11	0	0	36 (76,6%)

Resultados

- 5 Hay $2,41 \times 10^{24}$ átomos en una muestra de S_8 . ¿Cuál es la masa de la muestra? (masa atómica de S es 32,1 g) a) 16,1 g; b) $7,74 \times 10^{25}$ g; c) 128,4 g; d) $9,68 \times 10^{24}$ g; e) $1,03 \times 10^3$ g

N	a	b	c*	d	e
55	0	2	33 (60%)	2	18
47	0	0	25 (53,2%)	0	22



La sugerencia

Entrenar al alumno con el uso del método de ejemplos trabajados (Sweller & Cooper, 1985)

Cinco problemas, tres sugeridos para resolver, y dos trabajados detalladamente, resueltos con la intención de "dirigir la atención adecuada y reducir la carga cognitiva" (Ward & Sweller, 1990), se utilizaron en este experimento en dos cursos diferentes

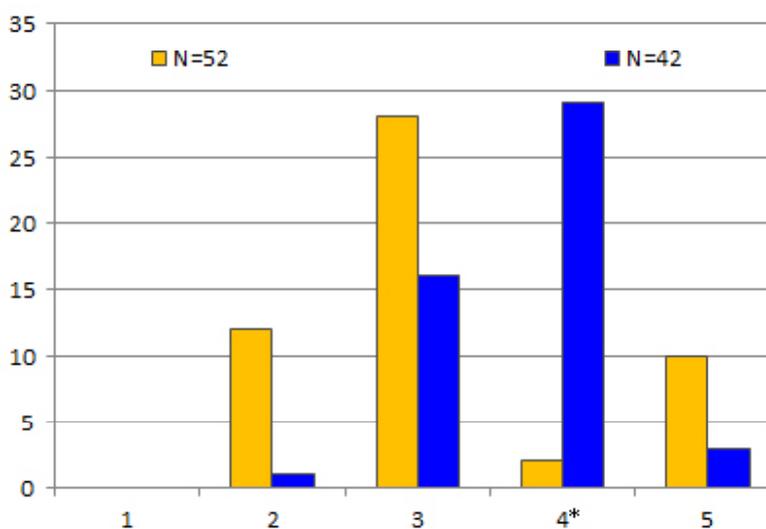
Resultados

Los resultados del estudio pre-post indican una mejora significativa en la capacidad de resolver este tipo de problemas



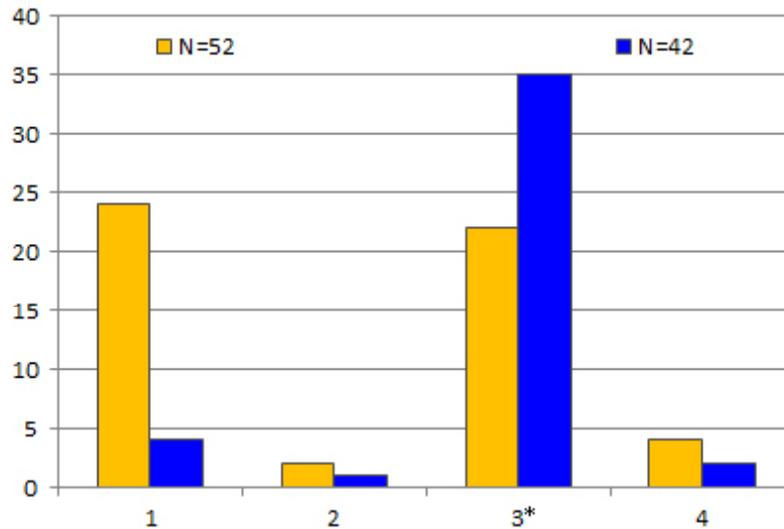
Resultados

- 1 Considere el oxígeno contenido en 10,00 g de Fe_2O_3 . ¿Cuántas moléculas de oxígeno equivalen a esa cantidad?



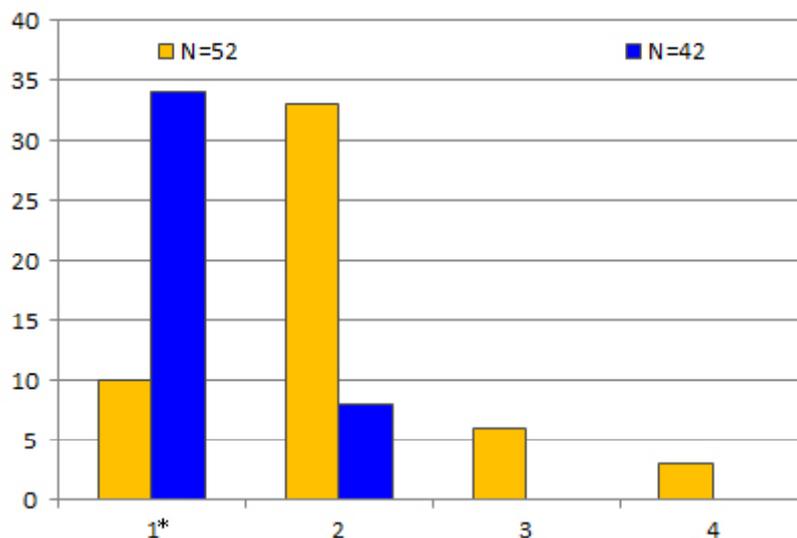
Resultados

2 ¿Cuántos átomos de oxígeno están presentes en un recipiente con 288 g de O_3 ?



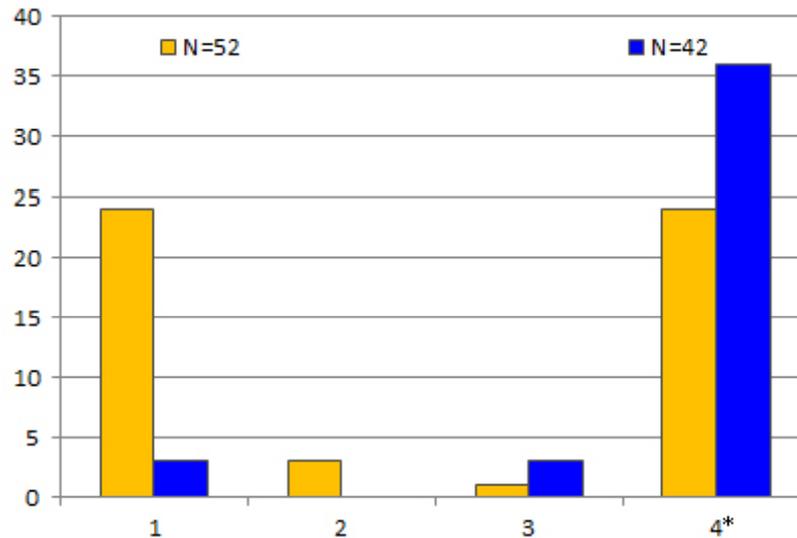
Resultados

3 Hay $1,58 \times 10^5$ átomos en una muestra de P_4 . ¿Cuál es la masa de la muestra?



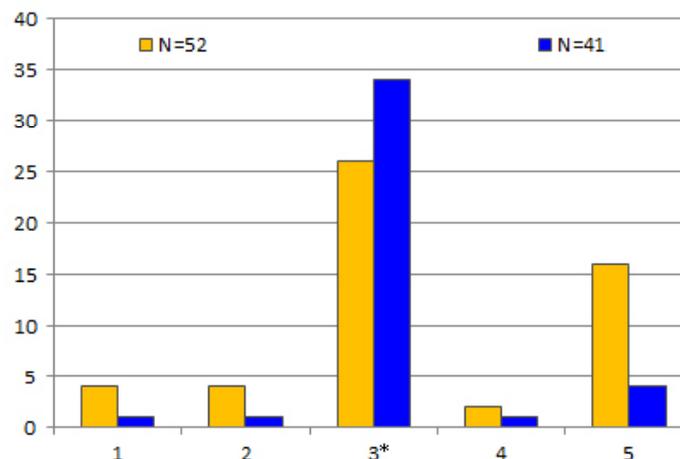
Resultados

- 4 ¿Cuántos átomos de azufre hay en una muestra de 963 g de S_6 ?



Resultados

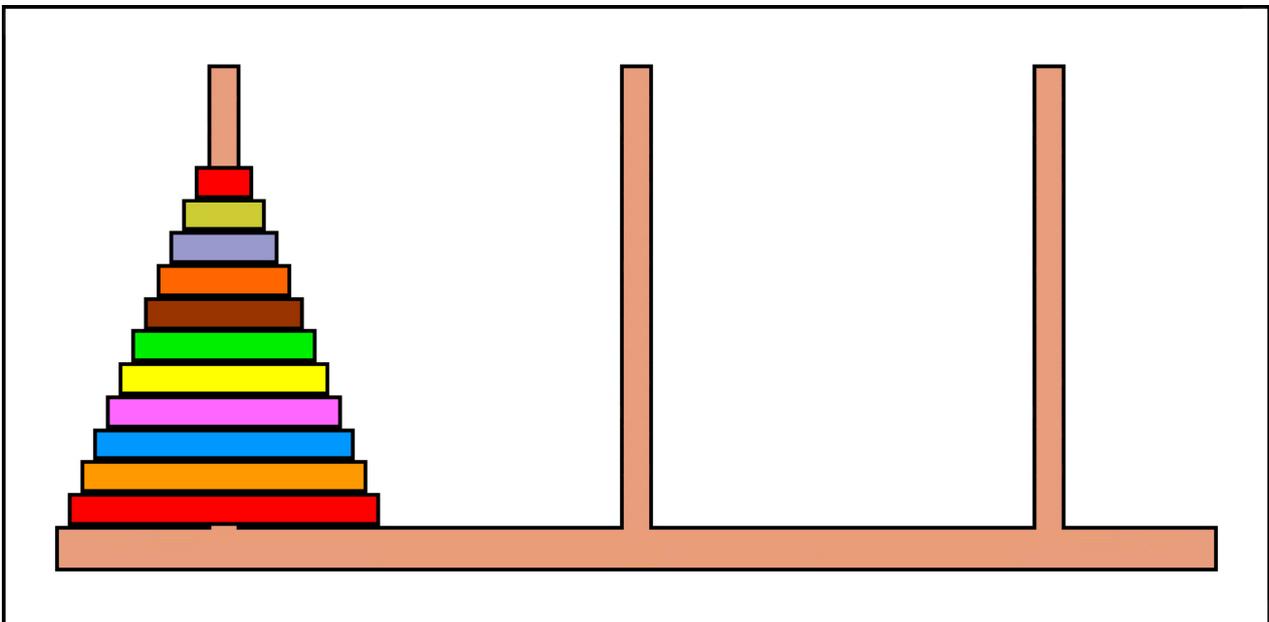
- 5 Hay $2,41 \times 10^{24}$ átomos en una muestra de S_8 . ¿Cuál es la masa de la muestra?



Definición de estrategia

Una estrategia es un patrón eficiente reconocido en un conjunto de acciones concebidas y organizadas para lograr un objetivo en particular, como puede ser la solución a un problema

Torre de Hanoi



Restricciones

Algunas restricciones:

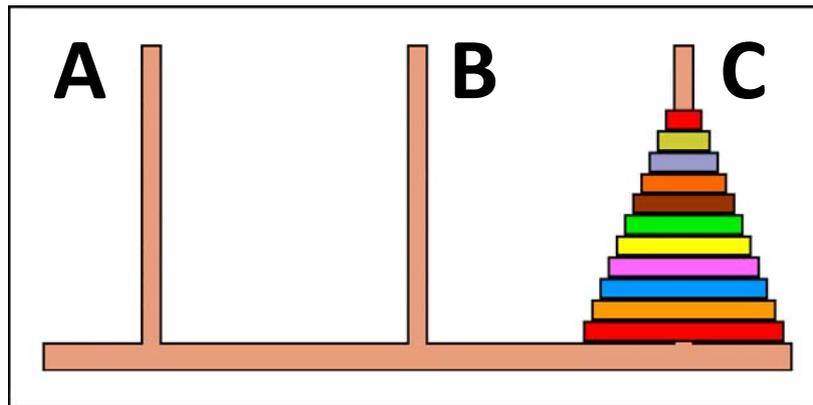
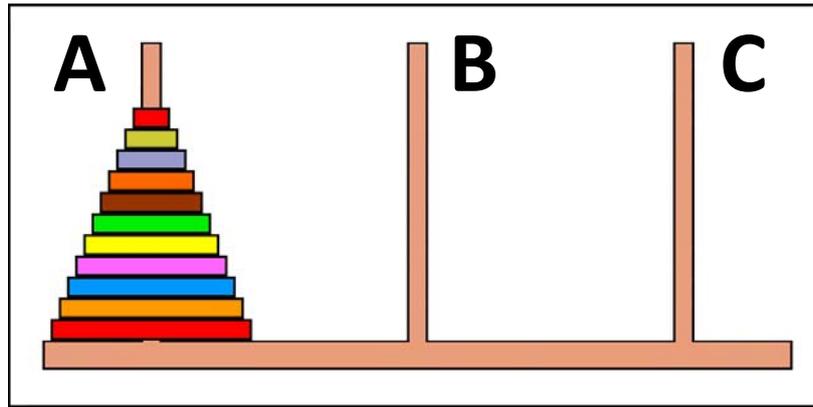
- 1** El único movimiento permitido es para agarrar un disco desde la parte superior de una clavija y soltarlo en otra

Restricciones

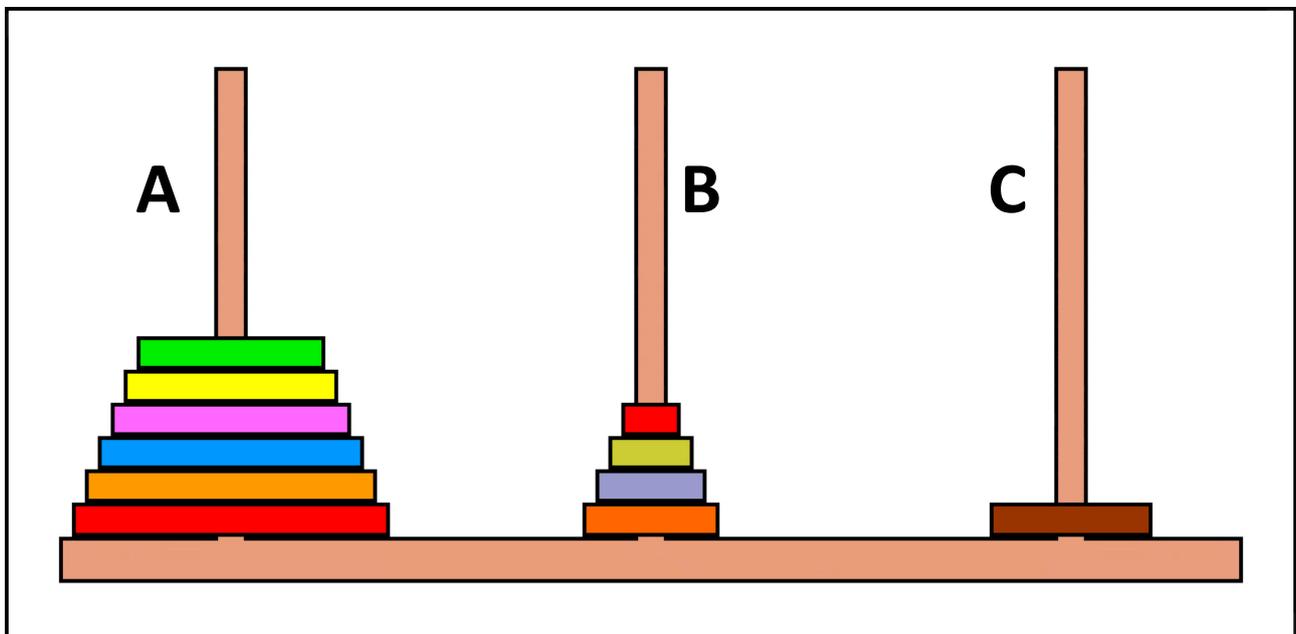
- 2** Un disco más grande nunca puede estar encima de un disco más pequeño

La leyenda dice que el mundo se acabará cuando un grupo de monjes, en algún lugar de un templo, termine esta tarea con 64 discos de oro en tres clavijas de diamantes

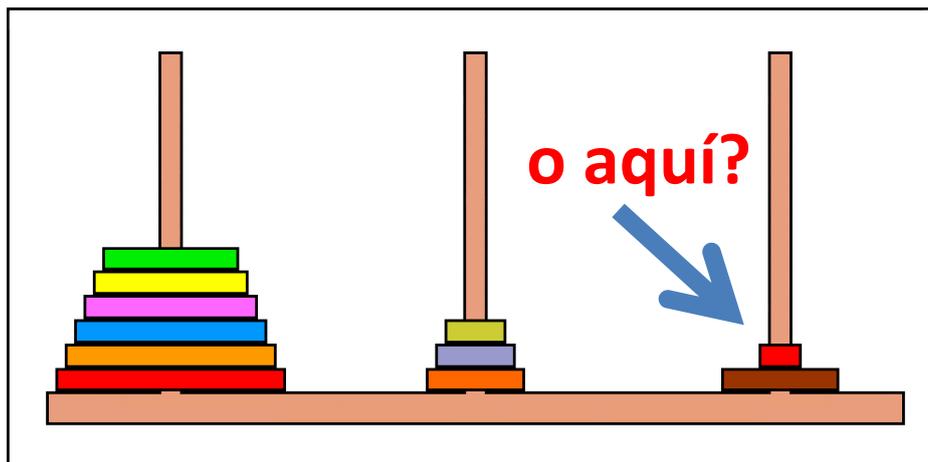
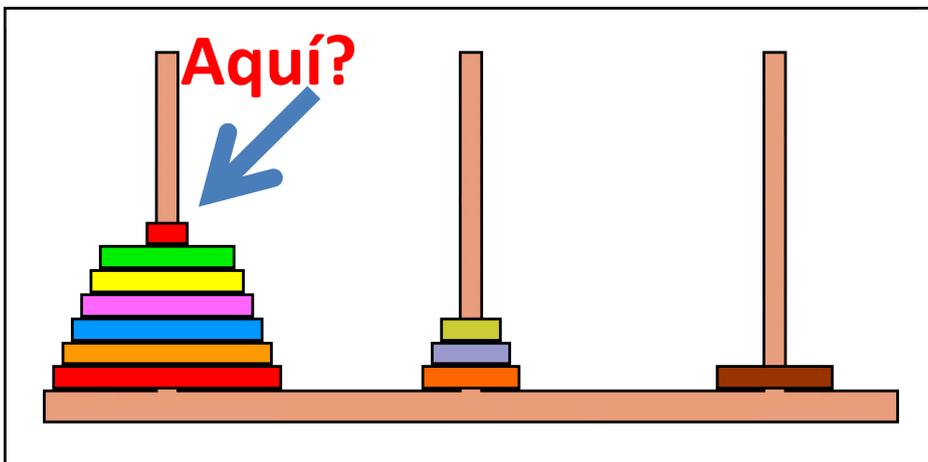
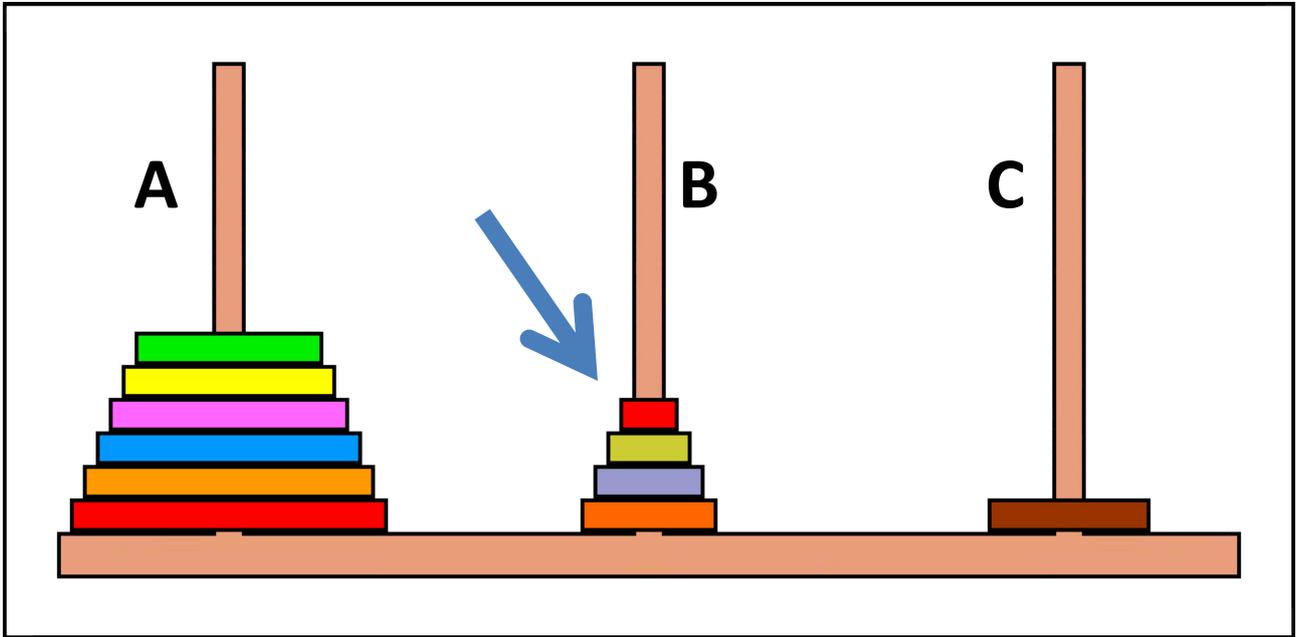
La solución



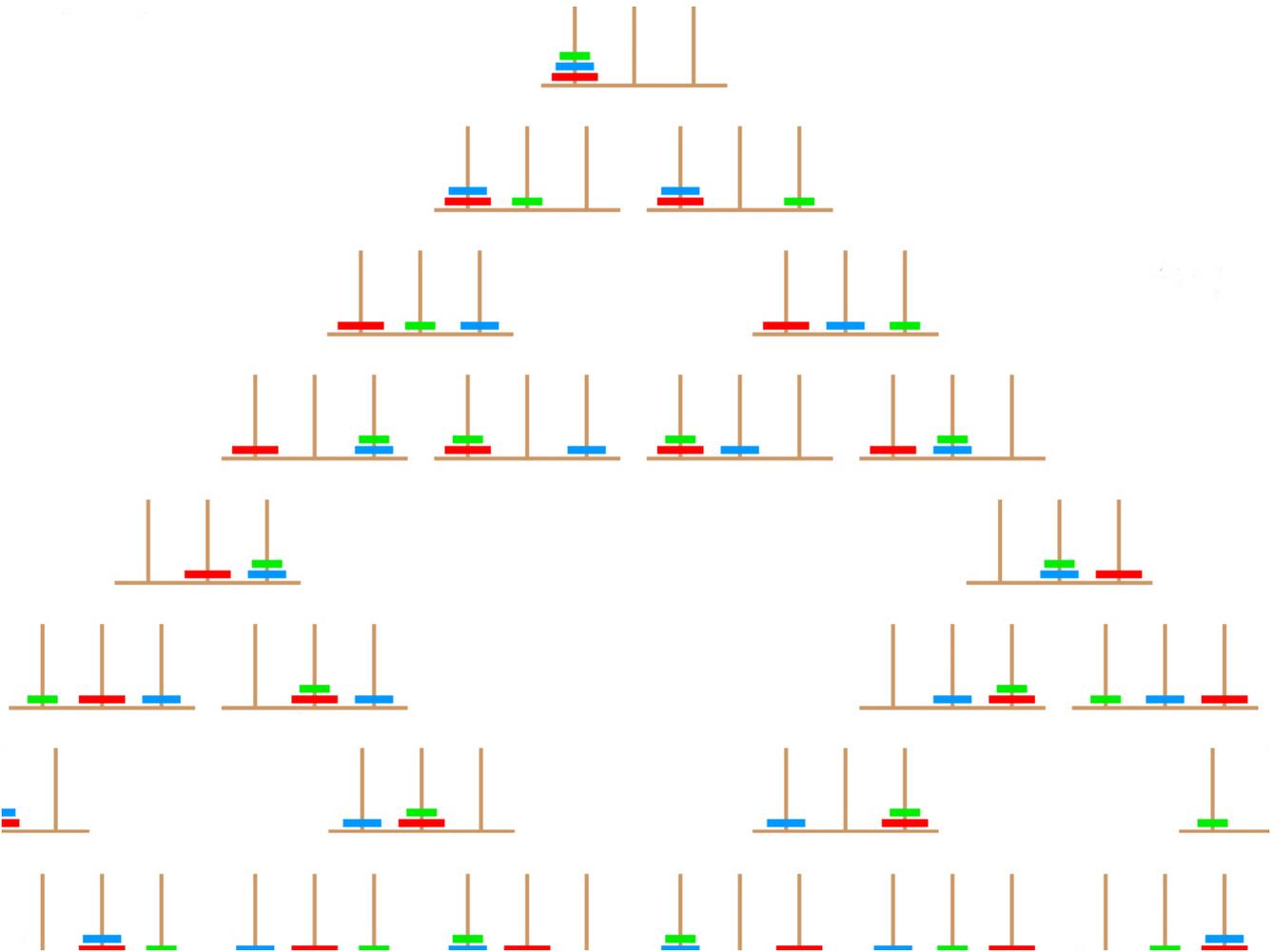
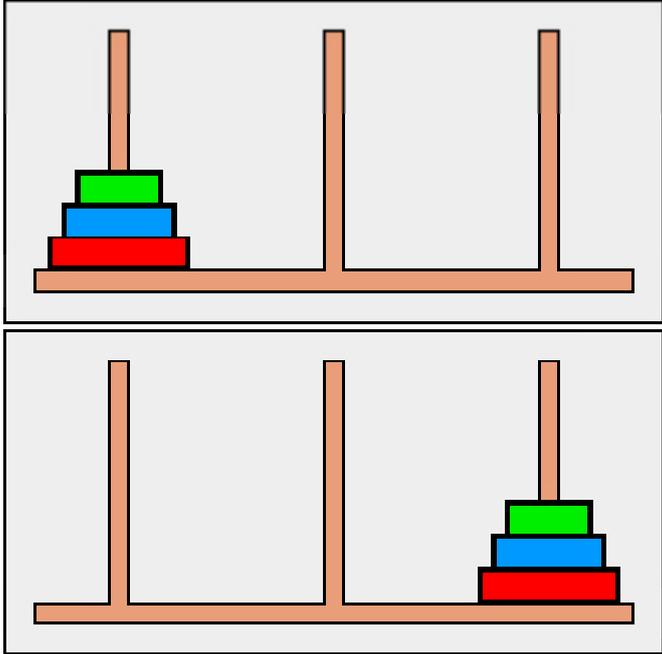
Imaginemos que tenemos esta situación



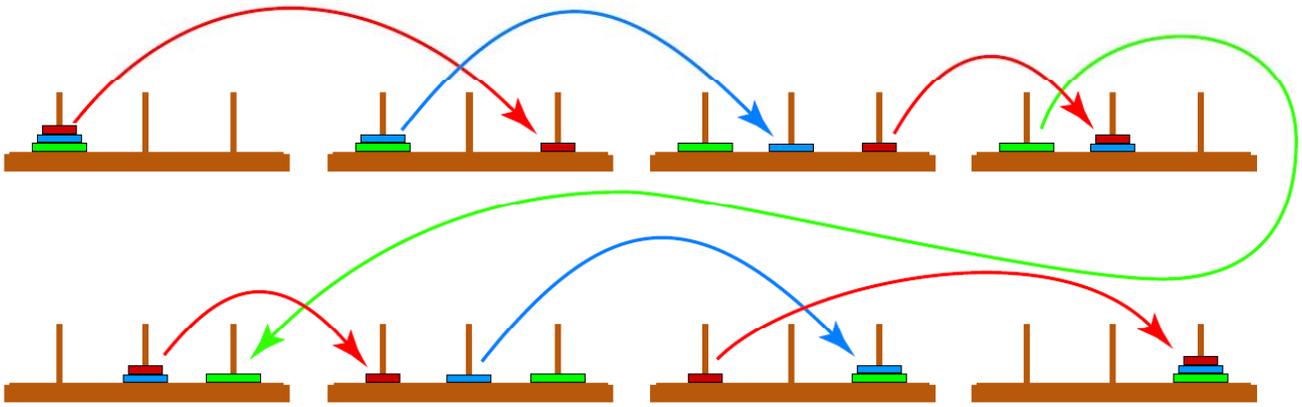
El único movimiento posible es mover el disco rojo



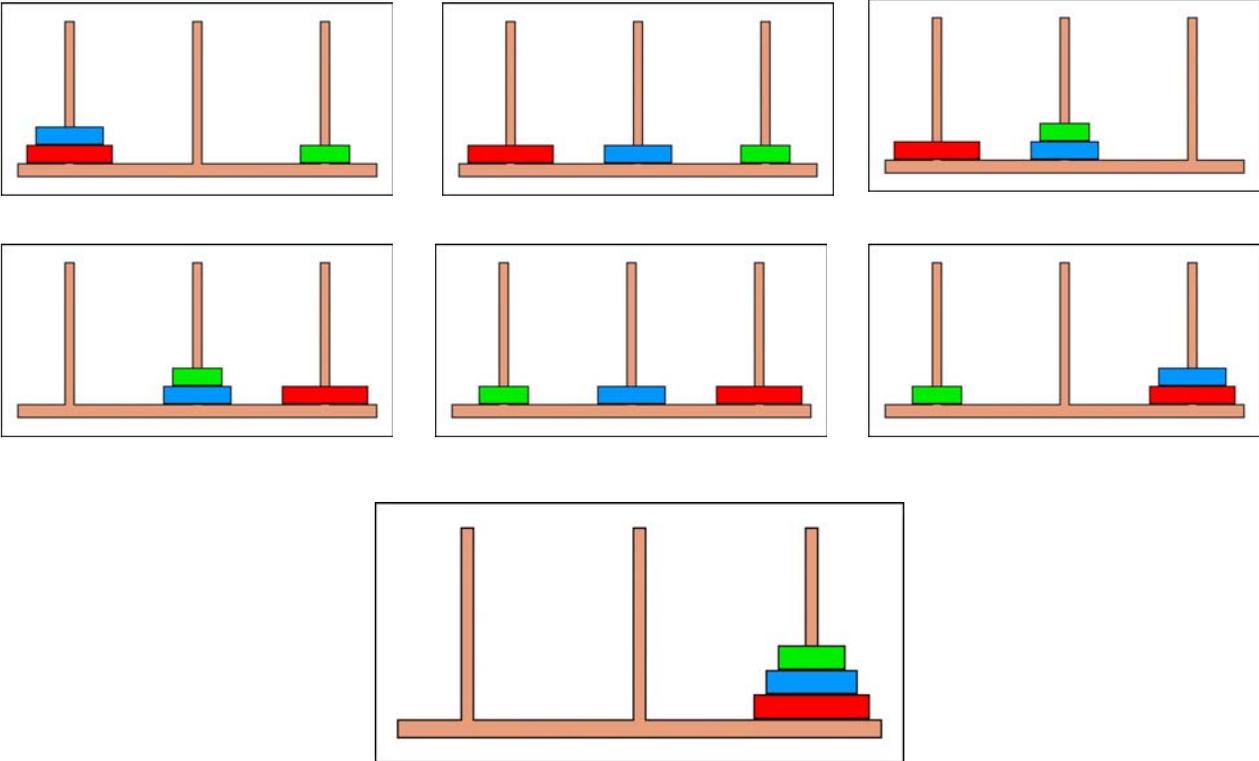
Reducción de la complejidad



La estrategia correcta



La solución



Número de movimientos

- Puede mover una torre de 3 a otra clavija en un mínimo de **7** movimientos

- Puede mover una torre de 64 discos a otra clavija en un mínimo de **1 8 4 4 6 7 4 4 0 7 3 7 0 9 5 5 1 6 1 5** movimientos

Número de movimientos

Movimientos necesarios para transferir los 64 discos

¿Cuánto tiempo haría falta si la velocidad de movimiento es 1 disco/seg?

$$\frac{2^{64} - 1}{(60 \times 60 \times 24 \times 365)} \approx 5.85 \times 10^{11} \text{ years}$$

↑
Seconds in a year

The age of the universe is currently put at between 15 and 20×10^9 years

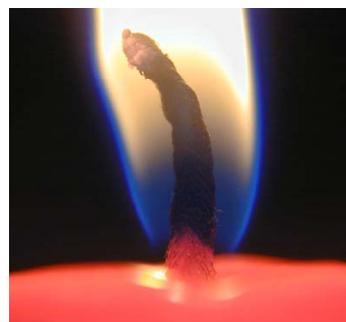
Creatividad



Creatividad en la Solución de Problemas

Una mezcla formada por NaCl , NaClO y KClO contiene 16,64% de oxígeno y 21,52% de Na

Calcular el porcentaje de K en la mezcla



Reglas del juego

Se permite usar sólo el razonamiento

“Muletas” matemáticas como ecuaciones o sistemas de ecuaciones lineales no están permitidas

Nº92

Mace NaClO KClO

16,64% di O 21,52% di Na

Prendo 100g

21,52g di Na 0,9361 mol di Na 1,04 mol di O

In NaCl e NaClO ei sono x moles di Na e Cl

↓

$$0,9361 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \text{ mol} + 1,04 \text{ mol} = \text{Moli Totali} - \text{moli di KCl}$$

~~93,61 \cdot 10^{-2} \cdot 35,45 \text{ g di Cl} + 21,52 \text{ g} + 16,64 \text{ g} = 100 \text{ g} - \text{g di KCl}~~

$$93,61 \cdot 10^{-2} \cdot 35,45 \text{ g di Cl} + 21,52 \text{ g} + 16,64 \text{ g} = 100 \text{ g} - \text{g di KCl}$$

$$\text{g di KCl} = 28,66 \text{ g}$$

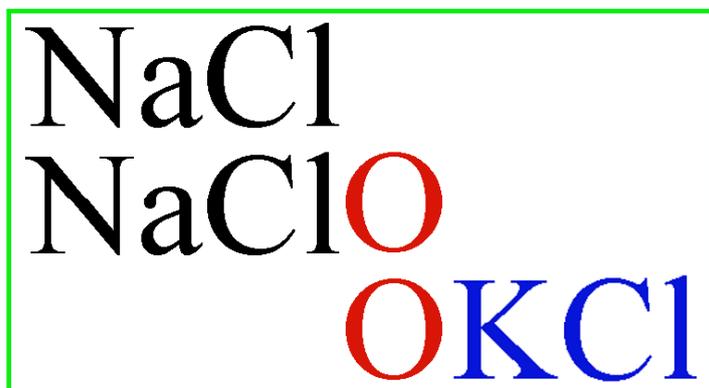
$$\text{FW di KCl} = 74,55 \text{ g}$$

$$74,55 : 100 = 39,10 : x$$

$$52,45\% \text{ di K in KCl}$$

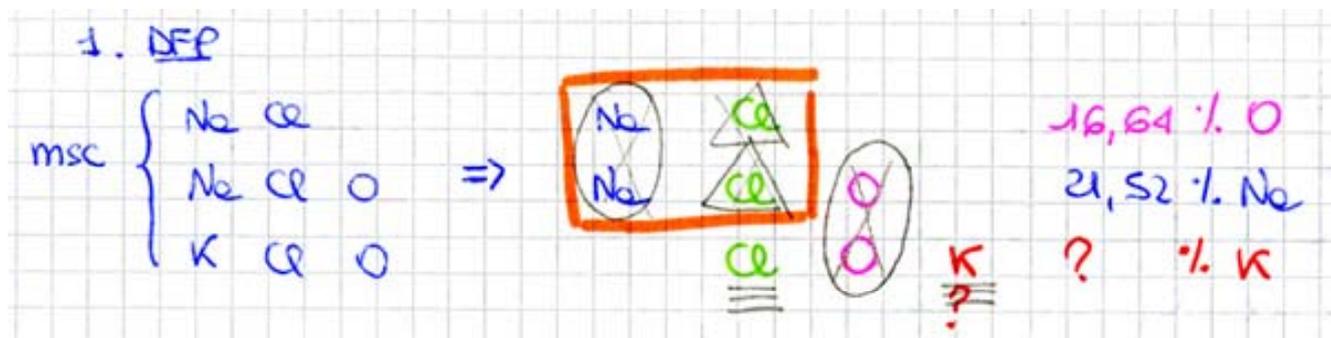
$$\frac{28,66 \text{ g} \cdot 52,45}{100} = \boxed{15,03 \text{ g di K}}$$

NaCl NaClO KClO



NaCl O KCl

Representación mental



PROBLEMA 111 (bonus)

$22,99 \text{ g Na} + 35,45 \text{ g Cl} + 22,99 \text{ g Na} + 35,45 \text{ g Cl} + 16,00 \text{ g O} + 39,10 \text{ g K} + 35,45 \text{ g Cl} + 16,00 \text{ g O}$
 $\text{NaCl} + \text{NaCl} + \text{KClO}$
 $21,52 \text{ g Na} \quad 16,64 \text{ g O} \quad 90,55 \text{ g Cl} \leftarrow \text{PH}$
 $58,44 \text{ g/mol} \quad 74,44 \text{ g/mol} \quad 90,55 \text{ g/mol}$

prendo come base 100 g di miscuglio, so che; 21,52 g Na e 16,64 g O, quanti g di K? Invece di farlo tutto avviene scapando il miscuglio e Trovo, g. di Cl nei primi due composti:

$22,99 \text{ g Na} : 21,52 \text{ g Na} = 35,45 \text{ g Cl} : x \text{ g Cl}$
 $x = 33,18 \text{ g Cl} = \frac{21,52 \times 35,45}{22,99}$

poi si toglie ai cento mischiati e O:

$100 - (33,18 + 21,52 + 16,64) = 28,66 \text{ g KCl}$
 $\text{KCl} = 39,10 + 35,45 = 74,55 \text{ g/mol}$ e quindi è proporzionale ai g di K.

$74,55 \text{ g KCl} : 28,66 \text{ g KCl} = 39,10 \text{ g K} : x \text{ g K}$
 $x = \frac{28,66 \times 39,10}{74,55} = 15,03 \text{ g K} = 15,03 \%$

*similmente alla logica che mi porta a calcolare le moli in un composto CH₄O che precede.

All'interno tutte le prove eseguite precedentemente.

Otro problema

Una mezcla de CH₄O, C₆H₆, con un peso de 44,37 g C₇H₆O tiene el siguiente análisis elemental: C = 68,74%, H = 8,905%, O = 22,355%.

¿Cuántos gramos de C₆H₆ hay en la mezcla?

Errores recurrentes

- 1 Considerar el peso molecular de la mezcla
- 2 Considerar el número de átomos de C igual a 14, H = 16; O = 2

$\text{CH}_2\text{O} + \text{C}_6\text{H}_6 + \text{C}_7\text{H}_6\text{O}$
 44,37 g.

$\text{C} = 68,74\%$
 $\text{H} = 8,905\%$
 $\text{O} = 22,355\%$

$n \text{ moli CH}_2\text{O} = \text{numero moli de C} = \text{numero moli O} = \text{numero moli H} \cdot 4$

$n \text{ moli C}_6\text{H}_6 = \text{numero moli} \cdot 6 = \text{numero moli H} \cdot 6$

$n \text{ moli C}_7\text{H}_6\text{O} = \text{numero moli} \cdot 7 = \text{numero moli H} \cdot 6 = \text{numero moli O}$

moli de Carbonio: $\frac{68,74}{12,01} = 5,7236$

moli de Oxígeno: $\frac{22,355}{16} = 1,3958$

moli de Carbonio - moli de Oxígeno = $5,723 - 1,3958 = 4,3277 = \text{moli de H en C}_6\text{H}_6 + \text{C}_7\text{H}_6\text{O}$

$\text{moli de H} - \text{moli de H en C}_6\text{H}_6 + \text{C}_7\text{H}_6\text{O} = \text{moli de H en CH}_2\text{O}$

$8,8343 - 4,3277 = 4,5066$

$n \text{ moli CH}_2\text{O} = \frac{4,5066}{4} = 1,126656 = \text{moli de O en CH}_2\text{O}$

$n \text{ moli O} - \text{moli O en CH}_2\text{O} = \text{moli de O en C}_7\text{H}_6\text{O}$

$1,3958 - 1,1267 = 0,2692 \text{ moli}$

grammi di $\text{CH}_2\text{O} = 1,1267 \cdot 30,042 = 36,10 \text{ gr}$

grammi di $\text{C}_7\text{H}_6\text{O} = 0,2692 \cdot 106,118 = 28,56 \text{ gr}$

grammi di $\text{C}_6\text{H}_6 = 100 - 36,10 - 28,56 = 35,34 \text{ gr}$

Dé rienda suelta al genio que todos tenemos dentro

- Este es el pensamiento profundo
- Estudiantes fuertes y débiles pueden tener éxito
- La motivación juega un papel destacado

Conclusiones



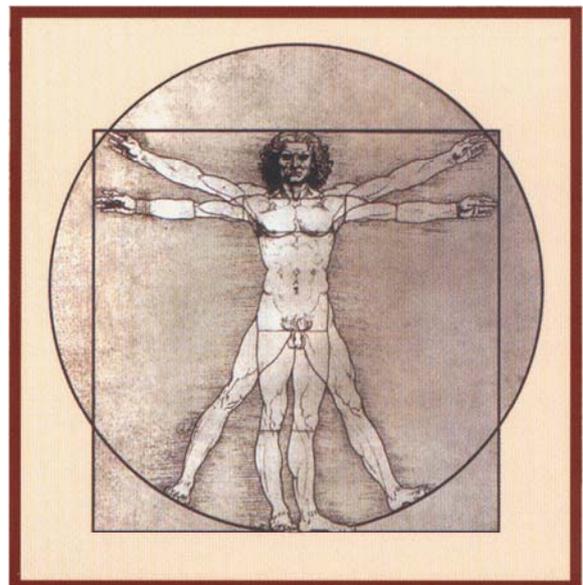
Conclusiones

La confianza y el éxito alimentan el interés

Las estrategias ayudan a los estudiantes a ser mejores solucionadores de problemas en un tiempo razonablemente corto



Muchas gracias



Preguntas

